

正答表

1		点
[問 1]	$-\frac{2\sqrt{6}}{9}$	5
[問 2]	$x = \frac{1 \pm \sqrt{19}}{2}$	5
[問 3]	$\frac{11}{36}$	5
[問 4]	5 通り	5
[問 5] 解答例		5

数 学

2		点
[問 1]	$\frac{7\sqrt{5}}{4}$ cm	7
[問 2] (1)	【途中の式や計算など】	10
[問 2] (2)	$\frac{25}{6}$ cm ²	8

図形Dが三角形となる場合は、次の[1]と[2]に限られる。
 [1] $-1 < t < 0$ で、3点A, P, Bがこの順に一直線上に並ぶとき
 [2] $0 < t < 1$ で、3点C, B, Pがこの順に一直線上に並ぶとき
 [1]のとき 直線ABの式を $y = ax + b$ とする。
 点Bを通るので、 $b = 1 \dots \text{①}$
 点Aを通るので、 $-a + b = 0 \dots \text{②}$
 ①, ②より、 $a = 1, b = 1$
 よって、直線ABの式は、 $y = x + 1$
 点P(t, t^2)は直線AB上にあるので、 $t^2 = t + 1$
 よって、 $t^2 - t - 1 = 0$ を解の公式を用いて解くと

$$t = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

 $-1 < t < 0$ より $t = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$
 [2]のとき [1]と同様にして、直線CBの式は $y = -\frac{3}{2}x + 1$
 点P(t, t^2)は直線CB上にあるので、 $t^2 = -\frac{3}{2}t + 1$
 よって、 $2t^2 + 3t - 2 = 0$ を解の公式を用いて解くと

$$t = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 2 \times (-2)}}{2 \times 2} = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{-3 \pm 5}{4}$$

 $0 < t < 1$ より $t = \frac{1}{2}$
 [1], [2]より、求めるtの値は $t = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}, \frac{1}{2}$

(答え) $t = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}, \frac{1}{2}$

3		点
[問 1]	37.5 度	7
[問 2]	四角形ABDH : $\triangle GCD = 12 : 1$	8
[問 3] 解答例	【証明】	10

$\triangle ABC$ と $\triangle ECD$ において、
 仮定より $BC = CD \dots \text{①}$
 $\angle BAC = \angle CED \dots \text{②}$
 $\triangle ABC$ は二等辺三角形なので、 $\angle ABC = \angle ACB \dots \text{③}$
 $\triangle ECD$ は二等辺三角形なので、 $\angle ECD = \angle EDC \dots \text{④}$
 ②, ③, ④より、
 $\angle ABC = \angle ACB = \angle ECD = \angle EDC \dots \text{⑤}$
 ①, ⑤より、
 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、
 $\triangle ABC \equiv \triangle ECD$
 合同な図形の対応する辺の長さは等しく、
 $\triangle ABC$ と $\triangle ECD$ は二等辺三角形なので、
 $AB = AC = EC = ED$ となる。
 したがって、 $AB = ED \dots \text{⑥}$
 点Bと点Eを結ぶ。
 $\triangle ABD$ と $\triangle EDB$ において、
 ⑥より、 $\angle ABD = \angle EDB \dots \text{⑦}$
 共通なので、 $BD = DB \dots \text{⑧}$
 ⑥, ⑦, ⑧より、
 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので、
 $\triangle ABD \equiv \triangle EDB$
 合同な図形の対応する角の大きさは等しいので、
 $\angle BAD = \angle DEB$
 点Aと点Eは、直線BDについて同じ側にあるので、
 円周角の定理の逆より、点Eは、円Oの周上にある。

4		点
[問 1] (1)	24 通り	7
[問 1] (2) 解答例	【途中の式や計算など】	10
[問 2]	$\frac{1800}{7} \leq a \leq 288$	8

種目1の試合時間を x 分、
 種目2の試合時間を y 分とする。
 条件[1]より、 $x : y = 2 : 3$
 よって、 $3x = 2y \dots \text{①}$
 条件[2]より、
 種目1の決勝が終了するまでかかる時間は、
 $7x + 5 \times 6 = 7x + 30 \dots \text{②}$
 種目2の5試合目が終了するまでかかる時間は、
 $5y + 5 \times 4 = 5y + 20 \dots \text{③}$
 条件[3], ②, ③より、
 $7x + 30 = 5y + 20 \dots \text{④}$
 ①, ④より、 $x = 20$
 したがって、種目1の試合時間は20分

(答え) 20 分